(6) Очень хорошо! 02080153

Студент Кривошеева Т. Е. Группа 319 Вариант 511

\+ 1. Определение покрытия матрицы $M, M \in B^{p,s}$, понятие тупикового и минимального покрытия.

\+ 2. Определение ФАЛ диагностического теста $F(y_1, \ldots, y_p)$ для матрицы $M, M \in B^{p,s}$, её свойства и связь с тупиковыми тестами.

\+ 3. Формулировка утверждения о представлении ФАЛ из п.2 в виде КНФ.

\+ 4. Определение функции Шеннона $\lambda(n)$ для длины кратчайшей ДНФ, её значение и ФАЛ, на которой это значение достигается.

\+ 5. Утверждение об оценках длины диагностического теста для почти всех таблиц.

\+ 6. Определение функции Шеннона $\tau(n)$ для числа тупиковых ДНФ у ФАЛ от n БП, её нижняя оценка и пример ФАЛ, на которой эта оценка достигается.

(1) $I \subset [1, p]$ наз-ся покрытием матрицы $M \in B^{p,s}$ $\Longleftrightarrow$ строки с номерами из I покрывают все столбцы матрицы M

$I \subset [1, p]$ наз-ся тупик (мин) покрытием $M \in B^{p,s}$ $\Longleftrightarrow$ $\forall I' \subset I$ не является покрытием (покрытие мин длины)

(2) $F(y_1, \ldots, y_p)$ – ФАЛ диагн. теста для матрицы $M, M \in B^{p,s}$ и $N = ((1,2), (1,3), \ldots, (1,n), (2,3), \ldots, (n-1, n))$ $\Longleftrightarrow$ $\forall \beta : I(\beta)$ – покрытие матрицы M, составлен. из столбцов $(i,j) \in N$, где $i \oplus j$ – каждый столбец $\Longrightarrow F(\beta) = 1$

Св-ва:

~~1) F(β) F(y1, .., yp) монотон, т.к. ∀ I'⊂I(β) ⟹ F(I') ≤ F(I) ∀ β' : I(β')~~

1) $F(y_1, \ldots, y_p)$ – монотон., т.к. $\forall I' \in I \Longrightarrow F(\beta') \leq F(\beta)$

2) $\beta \in N_F^+ \Longleftrightarrow$ тупик. тест. для M

Следствие При раскрытии скобок и привед. подобных из КНФ ф-ции $F(y_1, \ldots, y_p)$ пол-ся ДНФ, каждая конъюнкция

$\bigwedge_{(i,j) \in N} (\bigvee_{t:\ M(i,t) \neq M(j,t)} y_t) = F$

кот. $y_i y_2 \dots y_t$ соотв-ет тупик. тесту м. M

③ ФАЛ $F(y_1, \dots, y_p)$ теста для матрицы $M \in B^{p,s}$, N-цель контроля ~~не содерж. в матрице M (см. п 2) нулевых столбцов представ~~

и для матрицы M, не содерж нулевых столбцов, может быть представлена в виде КНФ:

$$F(y_1, \dots, y_p) = \bigwedge_{(i,j) \in N} \left(\bigvee_{\substack{t=1 \\ M(t,i) \neq M(t,j)}}^{p} y_t \right) = \Omega$$

Св-е. см. п.2

④ Опр-ние $\lambda(f) = \min_{\alpha = f} \lambda(\alpha)$ - мин. длина ДНФ

Тогда $\lambda(n) = \max_{f \in P_2(n)} \lambda(f)$ - макс. длина мин. ДНФ среди ф-ций из $P_2(n)$

$\lambda(n) = 2^{n-1}$

Это значение дост-ся на ф-ции вида

$f(x_1, \dots, x_n) = x_1 \oplus x_2 \oplus \dots \oplus x_n$

⑤ Утв. ~~Длина~~ $\exists\, \varphi(s), t(s), p(s)$ - неотр. целочисл. ф-ции натур. аргумента

$t(s) = \lceil 2 \log s \rceil + \varphi(s)$, где $p(s) \geq t(s)$,

$\varphi(s) \xrightarrow[s \to \infty]{} \infty$

Тогда для почти всех таблиц $M \in B^{p(s), s}$ первые $t(s)$ строк будут образовывать диагн. тест.

⑥ $\tau(f)$ = число тупик ДНФ f

$\tau(n) = \max_{f \in P_2(n)} \tau(f)$

$\tau(n) \geq 5^{2^{n-4}}$. Пример ф-ции: $f(x_1, \dots, x_n) = g(x_1, x_2, x_3)$ ~~$x_4 \vee \dots \vee x_n$~~ $(x_4 \oplus \dots \oplus x_n)$

$n \geq 4$ $\quad N_g = (1000), (111\cdot)$

Очень хорошо!

02080264

6

Студент Сонина Лолита Группа 319 Вариант 607

+1. Определение покрытия матрицы $M, M \in B^{p,s}$, понятие тупикового и минимального покрытия.

+2. Определение ФАЛ проверяющего теста $F(y_1, \ldots, y_p)$ для матрицы $M, M \in B^{p,s}$, её свойства и связь с тупиковыми тестами.

+3. Формулировка утверждения о представлении ФАЛ из п.2 в виде КНФ.

+4. Определение функции Шеннона $R(n)$ для ранга ДНФ, её значение и ФАЛ, на которой это значение достигается.

+5. Градиентный алгоритм покрытия матрицы и утверждение о длине градиентного покрытия.

+6. Определение функции Шеннона $\mu(n)$ для числа минимальных ДНФ у ФАЛ от n БП, её нижняя оценка и пример ФАЛ, на которой эта оценка достигается.

1. Пусть $M \in B^{p,s}$. Будем говорить, что i-я строка покрывает j-й столбец, если $M<i;j> = 1$ (рассматриваем матрицы без нулевых столбцов).

Пусть $T \subseteq [1,p]$. Мн-во строк матрицы M с номерами из T наз-ся покрытием матрицы M, если они полностью покрывают все столбцы матрицы M, т.е. $\forall j \in [1,s] \ \exists i \in T: M<i;j> = 1$.

Покрытие наз-ся тупиковым, если при удалении из него любой строки оно перестает быть покрытием.

Длиной покрытия наз-ся число строк, входящих в него.

Покрытие наз-ся минимальным, если оно имеет наименьшую длину среди всех покрытий этой матрицы.

2. Пусть $M \in B^{p,s}$. Каждой строке матрицы M поставим в соответствие булеву переменную y_i, $i = \overline{1,p}$.

Для каждого набора значений вектора $y = (y_1, \ldots, y_p)$ определим $I(\beta) \subseteq [1, p]$: $i \in I(\beta) \iff \beta<i> = 1$

Определим $F(y_1, \ldots, y_p)$ таким образом, что $F(\beta) = 1 \iff$ ~~$I(\beta)$~~ строки с номерами из $I(\beta)$ образуют проверяющий тест для матрицы M

Такая ФАЛ $F(y_1, \ldots, y_p)$ наз-ся ФАЛ проверяющего теста для матрицы M.

Если в представлении в виде КНФ ФАЛ $F(y_1, \ldots, y_p)$ раскрыть скобки и привести подобные слагаемые, то каждая полученная ЭК $y_{\tau_1} \cdots y_{\tau_r}$ будет соответствовать тупиковому проверяющему тесту, состоящему из строк с номерами $\tau_1, \ldots, \tau_r$

4. Пусть $R(\mathfrak{A})$ – неотрицательный монотонный функционал, равный рангу ДНФ $\mathfrak{A}$.

Минимум по всем ДНФ, реализующим ФАЛ f, наз-ся сложностью ФАЛ f относительно R. $R(f) = \min\limits_{\mathfrak{A}=f} R(\mathfrak{A})$

Ф-цией Шеннона $R(n)$ наз-ся максимум по всем $f \in P_2(n)$ сложности ФАЛ f относительно R. $R(n) = \max\limits_{f \in P_2(n)} R(f)$

$R(n) = n \cdot 2^{n-1}$ $\forall n \in N$

Максимум достигается на $f(x_1, \dots, x_n) = x_1 \oplus \dots \oplus x_n$

5. Градиентный алгоритм: на каждом шаге выбирается и добавляется в покрытие строка, покрывающая наибольшее число непокрытых столбцов. Если их несколько, то выбирается строка с наименьшим номером. Процесс останавливается, когда получим покрытие матрицы.

Теорема. Если $\exists \gamma \in (0,1]$ такого, что в каждом столбце матрицы $M \in B^{p,s}$ не менее, чем $p \cdot \gamma$ единиц, то покрытие матрицы M, полученное с помощью градиентного алгоритма, будет иметь длину не более, чем $\lceil \frac{1}{\gamma} \log^+ \gamma s \rceil + \frac{1}{\gamma}$.

6. Введем на мн-ве ФАЛ функционал, для каждой ф-ции f равный числу её минимальных ДНФ. Обозначим его $\mu(f)$.

Ф-цией Шеннона для числа минимальных ДНФ $\mu(n)$ наз-ся максимум по всем $f \in P_2(n)$ значений $\mu(f)$

$\mu(n) = \max\limits_{f \in P_2(n)} \mu(f)$

Для $n \geq 4$ справедлива оценка $\mu(n) \geq 2^{2^{n-4}}$

она достигается на ф-ции вида

$f(x_1, \dots, x_n) = g(x_1, x_2, x_3)(x_4 \oplus \dots \oplus x_n)$

где $\overline{N_g} = \{(000), (111)\}$

3. ФАЛ из п. 2 для матрицы с отделимыми столбцами $M \in B^{p,s}$ можно представить в виде $F(y_1, \dots, y_p) = \bigwedge\limits_{t=2}^{s} \Big(\bigvee\limits_{\substack{1 \le i \le p \\ M\langle p,t\rangle \ne M\langle p,1\rangle}} y_i \Big)$ – ф-ция проверяющего теста для M

$M\langle i,1\rangle \ne M\langle i,t\rangle$

020810264

1	2
+	+

Студент Сошина Лолита Группа 319 Вариант 607

1. Построить ядро, ДНФ Квайна, ДНФ сумма тупиковых и все тупиковые ДНФ функции $f\left(\tilde{x}^4\right)$, заданной сокращённой ДНФ:

$$D_{сокр}(f)=\bar{x}_1x_2 \vee x_2\bar{x}_3 \vee x_2\bar{x}_4 \vee \bar{x}_1x_3 \vee x_3\bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 x_4 \vee \bar{x}_3x_4 .$$

2. Построить все тупиковые диагностические тесты для схемы, реализующей ФАЛ $f_1=\bar{x}_1\,\bar{x}_2 \vee x_1\,x_2\,x_3$ в исправном состоянии и ФАЛ $f_2=x_1\,x_2\,x_3$, $f_3=\bar{x}_1\,\bar{x}_2$, $f_4=x_1 \vee \bar{x}_2$, $f_5=\bar{x}_1 \vee x_2$ в неисправных состояниях.

2.

	$x_1\,x_2\,x_3$	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	$f_1\oplus f_2$	$f_1\oplus f_3$	$f_1\oplus f_4$	$f_1\oplus f_5$	$f_2\oplus f_3$	$f_2\oplus f_4$
0	0 0 0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1
1	0 0 1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1
2	0 1 0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
3	0 1 1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
4	1 0 0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1
5	1 0 1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1
6	1 1 0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1
7	1 1 1	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0

$f_2\oplus f_5$	$f_3\oplus f_4$	$f_3\oplus f_5$	$f_4\oplus f_5$
1	0	0	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	0	1	1
0	1	0	1
0	1	0	1
1	1	1	0
0	1	1	0

$K=(0\vee 1)\cdot 7\cdot(4\vee 5\vee 6)(2\vee 3\vee 6)(2\vee 3\vee 4\vee 5)=$

$=7\cdot(0\vee 1)(4\vee 5\vee 6)\cdot(2\vee 3\vee 46\vee 56)=$

$=7\cdot(0\vee 1)(24\vee 34\vee 46\vee \cancel{456}\vee 25\vee 35\vee \cancel{456}\vee 56\vee 26\vee 36\vee$
$\vee 46\vee \cancel{56})=0247\vee 1247\vee 0347\vee 1347\vee 0467\vee 1467\vee$
$\vee 0257\vee 1257\vee 0357\vee 1357\vee 0567\vee 1567\vee 0267\vee 1267\vee$
$\vee 0367\vee 1367$

Все тупиковые диагностические тесты:

{0,2,4,7}, {1,2,4,7}, {0,3,4,7}, {1,3,4,7}, {0,4,6,7}
{0,2,5,7}, {1,2,5,7}, {0,3,5,7}, {1,3,5,7}, {1,4,6,7}
{0,2,6,7}, {1,2,6,7}, {0,3,6,7}, {1,3,6,7}, {0,5,6,7}
{1,5,6,7}

+

1. $D_{сокр}(f) = \underset{K_1}{\bar{x}_1 x_2} \vee \underset{K_2}{x_2 \bar{x}_3} \vee \underset{K_3}{x_2 \bar{x}_4} \vee \underset{K_4}{\bar{x}_1 x_3} \vee \underset{K_5}{x_3 \bar{x}_4} \vee \underset{K_6}{\bar{x}_1 x_4} \vee \underset{K_7}{\bar{x}_3 x_4}$

$N_f = \{ \overset{\alpha_1}{(0100)}, \overset{\alpha_2}{(0101)}, \overset{\alpha_3}{(0110)}, \overset{\alpha_4}{(0111)}, \overset{\alpha_5}{(1100)}, \overset{\alpha_6}{(1101)}, \overset{\alpha_7}{(1110)}, \overset{\alpha_8}{(0010)}, \overset{\alpha_{12}}{(0011)},$
$\overset{\alpha_9}{(1010)}, \overset{\alpha_{10}}{(0001)}, \overset{\alpha_{11}}{(1001)} \}$.

	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	α_7	α_8	α_9	α_{10}	α_{11}	α_{12}
K_1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
K_2	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
K_3	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0
K_4	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1
K_5	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0
K_6	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1
K_7	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0

$K = (2 \vee 3) \cdot 5 \cdot 7 \cdot (4 \vee 6) = 2457 \vee 2567 \vee 3457 \vee 3567$

$\Rightarrow$ Тупиковые ДНФ: $K_2 \vee K_4 \vee K_5 \vee K_7$;
$K_2 \vee K_5 \vee K_6 \vee K_7$
$K_3 \vee K_4 \vee K_5 \vee K_7$
$K_3 \vee K_5 \vee K_6 \vee K_7$

ДНФ ΣT: $K_2 \vee K_3 \vee K_4 \vee K_5 \vee K_6 \vee K_7$

ДНФ $\cap T$: $K_5 \vee K_7$

N_{K_5} и N_{K_7} – ядровые грани

$N_{K_5} \cup N_{K_7}$ – ядро

1 | 2 02080153

Студент Кривошеева Т. Е. Группа 319 Вариант 511

1. Построить ядро, ДНФ Квайна, ДНФ сумма тупиковых и все тупиковые ДНФ функции $f\left(\tilde{x}^4\right)$, заданной сокращённой ДНФ:
$$D_{сокр}(f) = \bar{x}_1 x_2 \vee x_1 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_2 x_4 \vee x_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_4 \vee x_1 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_3 x_4 .$$
2. Построить все тупиковые диагностические тесты для схемы, реализующей ФАЛ $f_1 = (x_1 \oplus x_2) \vee x_3 \bar{x}_1 \bar{x}_2$ в исправном состоянии и ФАЛ $f_2 = x_1 \vee x_2 \vee x_3$, $f_3 = \bar{x}_1 \vee \bar{x}_2$, $f_4 = x_1 \bar{x}_2$, $f_5 = \bar{x}_1 x_2$ в неисправных состояниях.

(2) $f_1 = (x_1 \oplus x_2) \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3$

$f_2 = x_1 \vee x_2 \vee x_3$

$f_3 = \bar{x}_1 \vee \bar{x}_2$, $f_4 = x_1 \bar{x}_2$, $f_5 = \bar{x}_1 x_2$

	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
000	0	0	1	0	0
001	1	1	1	0	0
010	1	1	1	0	1
011	1	1	1	0	1
100	1	1	1	1	0
101	1	1	1	1	0
110	0	1	0	0	0
111	0	1	0	0	0
	1	2	3	4	5

$$M = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{array} \begin{array}{cccccccccc} 1\oplus 2 & & & & 2\oplus 3 & & & 3\oplus 4 & & 4\oplus 5 \\ \end{array}$$

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & \cancel{0}\,1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & \cancel{0}\,1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$F(y_1, \dots, y_8) = (y_7 \vee y_8)(y_1(y_2 \vee y_3 \vee y_4)(y_2 \vee y_5 \vee y_6) \cdot$

$(y_3 \vee y_4 \vee y_5 \vee y_6) = (y_1 y_7 \vee y_1 y_8)(y_2 \vee y_3 y_5 \vee y_3 y_6 \vee y_4 y_5 \vee y_4 y_6)$

$(y_3 \vee y_4 \vee y_5 \vee y_6) = (y_1 y_2 y_7 \vee y_1 y_2 y_8 \vee y_1 y_3 y_5 y_7 \vee y_1 y_3 y_5 y_8 \vee$

$\vee y_1 y_3 y_6 y_7 \vee y_1 y_3 y_6 y_8 \vee y_1 y_4 y_5 y_7 \vee y_1 y_4 y_5 y_8 \vee y_1 y_4 y_6 y_7 \vee y_1 y_4 y_6 y_8)$

$\times (y_3 \vee y_4 \vee y_5 \vee y_6) =$

$= y_1y_2y_3y_7 \vee y_1y_2y_3y_8 \vee y_1y_3y_5y_7 \vee y_1y_3y_5y_8 \vee$

$\vee y_1y_3y_6y_7 \vee y_1y_3y_6y_8 \vee \cancel{y_1y_3y_4y_5y_7} \vee \cancel{y_1y_3y_4y_5y_8}$

$\vee y_1y_2y_4y_7 \vee y_1y_2y_4y_8 \vee y_1y_4y_5y_7 \vee \cancel{y_1y_4y_5y_8} \vee$

$\vee y_1y_4y_5y_8 \vee y_1y_4y_6y_7 \vee y_1y_4y_6y_8 \vee y_1y_2y_5y_7 \vee y_1y_2y_5y_8 \vee$

$\vee y_1y_2y_6y_7 \vee y_1y_2y_6y_8$

Ответ: (1,2,3,7); (1,2,3,8); (1,3,5,7), (1,3,5,8), (1,3,6,7), (1,3,6,8), (1,2,4,7), (1,2,4,8), (1,4,5,7), (1,4,5,8), (1,4,6,7), (1,4,6,8), (1,2,5,7), (1,2,5,8) (1,2,6,7) (1,2,6,8)

+.

---

① $D = \bar{x}_1x_2 \vee x_1\bar{x}_2 \vee \bar{x}_2x_4 \vee x_2\bar{x}_3 \vee \bar{x}_1x_4 \vee x_1\bar{x}_3 \vee \bar{x}_3x_4$

$K_1 \quad K_2 \quad K_3 \quad K_4 \quad K_5 \quad K_6 \quad K_7$

	~~0000~~	0001	~~0010~~	0011	0100	0101	0110	0111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	~~1110~~	~~1111~~	
~~K_1~~					1	1	1	1									1
~~K_2~~									1	1	1	1					1
K_3		1		1						1		1					1
K_4					1	1							1	1			1
K_5		1		1		1		1									1
K_6									1	1			1	1			1
K_7		1				1				1				1			1

ядро

$K_1 \vee K_2$

верно

$\cancel{(y_3 \vee y_5 \vee y_7)(y_3 \vee y_5)(y_6 \vee y_8)(y_4 \vee y_6 \vee y_7)} =$

$= (y_3 \vee y_5)(y_4 \vee y_6) = \underset{K_3 \vee K_4}{y_3y_4} \vee \underset{K_3 \vee K_6}{y_3y_6} \vee \underset{K_4 \vee K_5}{y_4y_5} \vee \underset{K_5 \vee K_6}{y_5y_6}$

ядровые

$K_1 \vee K_2$

$$T \begin{cases} K_1 \vee K_2 \vee K_3 \vee K_4 \;\vee \\ K_1 \vee K_2 \vee K_3 \vee K_6 \;\vee \\ K_1 \vee K_2 \vee K_4 \vee K_5 \;\vee \\ K_1 \vee K_2 \vee K_5 \vee K_6 \end{cases} \leftarrow \text{верно}$$

не выписано явно.

$\parallel$

ΣT без повторов (типа $K_1 \vee K_i \vee K_j$)

$\parallel$

ДНФ Квайна (ни одна грань полностью не покр. ядровыми)

! неверно: K_7 есть ДНФ Квайна, но отсутствует в ДНФ ΣT.

$\pm$